

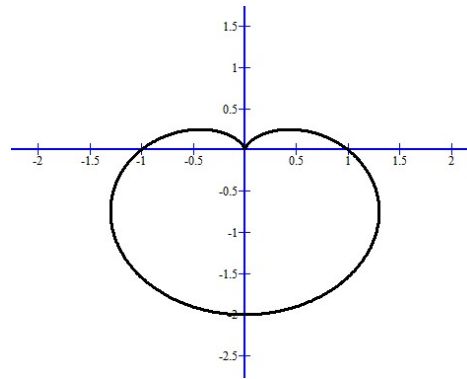
Câu I: (2.0 điểm)

1. Tính giá trị của tích phân kép $\int_0^1 dy \int_{\sqrt{y}}^1 e^{x^3} dx$

2. Tính thể tích của vật thể giới hạn bởi phía trong mặt cầu $x^2 + y^2 + z^2 = 5$ và phía trên mặt paraboloid $x^2 + y^2 = 4z$.

Câu II: (2.0 điểm).

1. Tính độ dài của đường cong cực $r = 1 - \sin \varphi$



2. Tính giá trị của tích phân đường loại 2: $I = \int_C (y - z) dx + (z - x) dy + (x - y) dz$

với C là giao tuyến của mặt trụ $x^2 + \frac{y^2}{9} = 1$ và mặt phẳng $3x + z = 1$ theo chiều ngược chiều kim đồng hồ nếu nhìn từ phía dương của trục Oz .

Câu III: (3.0 điểm).

1. Tính diện tích phần mặt phẳng $3x + 2y + 6z = 6$ nằm trong hình trụ $x^2 + y^2 \leq 1$.

2. Cho trường vector $\vec{F}(x, y, z) = 3z^2 \vec{i} + 6\vec{j} + 6xz \vec{k}$

a) Tìm vector xoáy của trường \vec{F} .

b) Tính thông lượng của trường \vec{F} qua phía ngoài vật thể giới hạn bởi $0 \leq y \leq x^2, 0 \leq x \leq 2, 0 \leq z \leq 3$.

Câu IV: (3.0 điểm).

1. Giải phương trình vi phân cấp hai

$$y'' - 6y' + 8y = x + 3 \cos x$$

2. Tốc độ gia tăng dân số của một thành phố tuân theo quy luật

$$\frac{dP}{dt} = kP + 100$$

trong đó $P(t)$ là số dân tại thời điểm t (đơn vị: năm), k là hằng số. Nếu hiện tại dân số thành phố là 2100 người và sẽ là 2500 người sau 2 năm thì sau bao lâu dân số thành phố đạt 3500 người.

Ghi chú: Cán bộ coi thi không được giải thích đề thi.

Chuẩn đầu ra của học phần (về kiến thức)	Nội dung kiểm tra
[G1.2]: Viết được công thức tính tổng quát và công thức đổi biến cho các dạng tích phân hàm nhiều biến trong hệ tọa độ cực, tọa độ trụ và tọa độ cầu.	Câu I; Câu II; Câu III
[G2.1]: Thực hành tốt việc vẽ các đường cong trong mặt phẳng, các đường cong và mặt cong trong không gian.	Câu I; Câu II; Câu III
[G2.2]: Áp dụng công thức tính ra kết quả bằng số các dạng tích phân hàm nhiều biến.	Câu I; Câu II; Câu III
[G2.3]: Vận dụng ý nghĩa và mối quan hệ của các dạng tích phân hàm nhiều biến để giải quyết một số bài toán ứng dụng như: tính diện tích miền phẳng, tính diện tích mặt cong, tính thể tích vật thể, tính độ dài đường cong, tính công sinh ra bởi một lực, tính khối lượng vật thể....	Câu I.2; Câu II.1; Câu III
[G2.4]: Áp dụng các phương pháp trong lý thuyết để tìm nghiệm tổng quát, nghiệm riêng của một số dạng phương trình vi phân cấp 1, cấp 2.	Câu IV

Ngày 27 tháng 12 năm 2018

Thông qua bộ môn

Câu	Ý	Nội dung	Thang điểm
I	1	$\int_0^1 dy \int_{\sqrt{y}}^1 e^{x^3} dx = \int_0^1 dx \int_0^{x^2} e^{x^3} dy$	0,5
		$= \int_0^1 x^2 e^{x^3} dx = \frac{1}{3} e^{x^3} \Big _0^1 = \frac{1}{3}(e-1) \approx 0.5727$	0,5
	2	$V = \iiint_{\Omega} dx dy dz$ với $\Omega: \begin{cases} x^2 + y^2 \leq 4 \\ \frac{x^2 + y^2}{4} \leq z \leq \sqrt{5 - x^2 - y^2} \end{cases}$	0,25
		$\begin{cases} x = r \cos \varphi \\ y = r \sin \varphi \\ z = z \end{cases} \Rightarrow \Omega: \begin{cases} 0 \leq r \leq 2 \\ 0 \leq \varphi \leq 2\pi \\ \frac{r^2}{4} \leq z \leq \sqrt{5 - r^2} \end{cases}; J = r$	0,5
		$\Rightarrow V = \int_0^2 r dr \int_0^{2\pi} d\varphi \int_{r^2/4}^{\sqrt{5-r^2}} dz = 2\pi \int_0^2 r \left(\sqrt{5-r^2} - \frac{r^2}{4} \right) dr \approx 15.04$	0,25
1	$l = \int_{r=1-\sin\varphi} dl$	0,25	
	$= 2 \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \sqrt{\cos^2 \varphi + (1 - \sin \varphi)^2} d\varphi$	0,5	
	$= 8$	0,25	
II	2	Phương trình tham số đường cong $C: \begin{cases} x = \cos t \\ y = 3 \sin t \\ z = 1 - 3 \cos t \end{cases}, t \in [0, 2\pi]$	0,5
		$I = \int_0^{2\pi} \left[(3 \sin t - 1 + 3 \cos t)(-\sin t) + (1 - 3 \cos t - \cos t)3 \cos t \right. \\ \left. + (\cos t - 3 \sin t)3 \sin t \right] dt$ $= \int_0^{2\pi} (3 \cos t + \sin t - 12) dt = -24\pi$	0,5
	1	$(S): 3x + 2y + 6z = 6 \Rightarrow z = 1 - \frac{x}{2} - \frac{y}{3}$ $A = \iint_S dS = \iint_{D_{xy}: x^2 + y^2 = 1} \sqrt{1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{9}} dx dy$	0,5

III	2	$= \frac{7}{6} \iint_{D_y: x^2+y^2=1} dx dy = \frac{7}{6} \cdot \pi = \frac{7\pi}{6}$	0,5
		a) $\vec{rot F} = (0-0)\vec{i} + (6z-6z)\vec{j} + (0-0)\vec{k} = \vec{0}$	0,5
		b) $W = \iiint_{S=\partial\Omega} 3z^2 dy dz + 6dz dx + 6xz dx dy = \iiint_{\Omega: y=x^2, 0 \leq x \leq 2, 0 \leq z \leq 3} 6x dx dy dz$	0,5
		$= 6 \int_0^2 x dx \int_0^{x^2} dy \int_0^3 dz$	0,5
		$= 18 \int_0^2 x^3 dx = 72$	0,5
IV	1	<p>Phương trình đặc trưng $k^2 - 6k + 8 = 0 \Rightarrow \begin{cases} k = 2 \\ k = 4 \end{cases}$</p> <p>Suy ra nghiệm tổng quát của phương trình thuần nhất tương ứng là $Y = C_1 e^{2x} + C_2 e^{4x}$</p>	0,5
		<p>Phương trình $y'' - 6y' + 8y = x$ có nghiệm riêng dạng $y^* = Ax + B$</p> <p>Thay vào phương trình và đồng nhất hệ số ta có</p> $\begin{cases} 8A = 1 \\ -6A + 8B = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A = \frac{1}{8} \\ B = \frac{3}{32} \end{cases} \Rightarrow y^* = \frac{1}{8}x + \frac{3}{32}$	0,5
		<p>Phương trình $y'' - 6y' + 8y = 3 \cos x$ có nghiệm riêng dạng $y^{**} = A \cos x + B \sin x$</p> <p>Thay vào phương trình và đồng nhất hệ số ta có</p> $\begin{cases} 7A - 6B = 3 \\ 6A + 7B = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A = \frac{21}{85} \\ B = -\frac{18}{85} \end{cases} \Rightarrow y^{**} = \frac{21}{85} \cos x - \frac{18}{85} \sin x$	0,5
		<p>Vậy NTQ của phương trình ban đầu là</p> $y = Y + y^* + y^{**} = C_1 e^{2x} + C_2 e^{4x} + \frac{21}{85} \cos x - \frac{18}{85} \sin x + \frac{1}{8}x + \frac{3}{32}$	
2	2	$\frac{dP}{dt} = kP + 100 \Rightarrow P(t) = e^{-\int -k dt} \left(\int 100 e^{\int -k dt} + C \right)$ $= e^{kt} \left(-\frac{100}{k} e^{-kt} + C \right) = C e^{kt} - \frac{100}{k}$	0,5
		$\begin{cases} P(0) = 2100 \\ P(2) = 2500 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} C - \frac{100}{k} = 2100 \\ C e^{2k} - \frac{100}{k} = 2500 \end{cases}$	0,5
		$\Rightarrow \begin{cases} C \approx 4398.9 \\ k \approx 0.0435 \end{cases}$ <p>$P(t) = 3500 \Rightarrow t \approx 6.35$</p> <p>Vậy sau khoảng 6.35 năm thì dân số thành phố đạt 3500 người.</p>	0,5

